第 XV 部　情報リテラシー

目次

2　近似

2.1　はじめに

- 数学的な知識があれば、微分係数や定積分の値を知ることはできます。
- 一方で、数学的な知識があっても積分できない関数は存在します。
- そのような関数であっても近似値を得ることは可能です。

2.1.1　ポイント

- 導関数の近似
- 定積分の近似

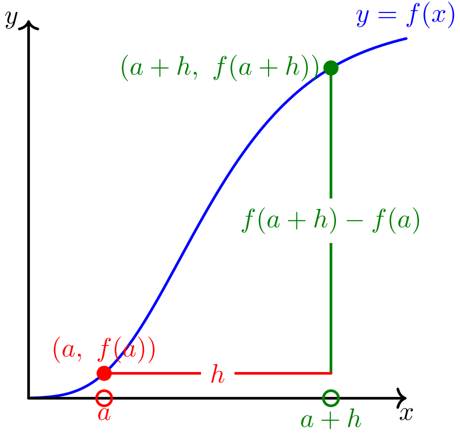
2.2　微分

関数 $y=f(x)$ が与えられたとき、定義域内において、点 a と点 $a+h$ を考える。ここで、$h\neq 0$ とする。x の変化量 h と、x が h 変化したことによってもたらされる関数 $f(x)$ の変化量

$$f(a+h)-f(a) \tag{1}$$

を用いて変化の割合を求める。

図 1　関数上の 2 点



ここで h が 0 になることなく h を限りなく 0 に近づけたとき

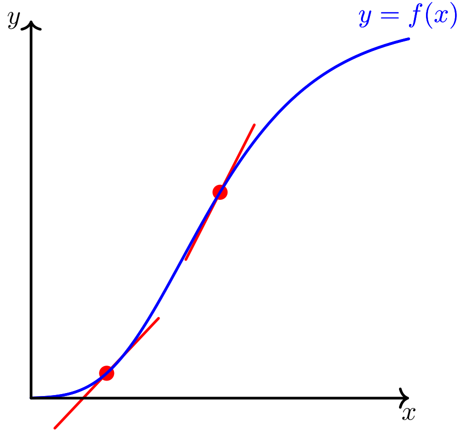
$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h} \tag{2}$$

が値をとるならば、関数 $y=f(x)$ は点 a で『**微分可能**』といい、その値を $x=a$ のときの『**微分係数**』という。微分係数は

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=a} \tag{3}$$

という記号をつかってあらわす。

図 2　微分係数



定義

微分係数は a が変われば変化する。従って (2) は a の関数である。そこで (2) の a を x で置き換えた式

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \tag{4}$$

を『**導関数**』といい

$$\frac{dy}{dx} \tag{5}$$

という記号であらわす。

導関数は

$$f'(x) \tag{6}$$

$$(f(x))' \tag{7}$$

等であらわされることもある。

二点

$$(a,\ f(a)) \tag{8}$$

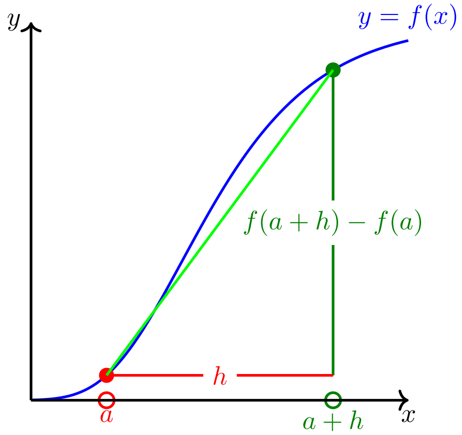
$$(a+h,\ f(a+h)) \tag{9}$$

における変化の割合

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} \tag{10}$$

は、二点 (8)(9) を通る直線の傾きである。$h \to 0$ ならば、(10) は微分係数 (2) である。従って、微分係数 (2) は点 $(a,\ f(a))$ における $y=f(x)$ の傾きである。

図 3　微分係数の意味



問題 XV − 2 − 1

定義域を $(-2,\ 2)$ として

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x$$

とする。以下の問いに答えなさい。

- y を x の関数

$$y = f(x)$$

とする。x と y の関係をグラフにあらわしなさい。

- $h = 10^{-3}$ とし、

$$\Delta y = f(x+h) - f(x)$$

とする。x と Δy の関係をグラフにあらわしなさい。

- $h = 10^{-3}$ とし、

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

とする。x と $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ の関係をグラフにあらわしなさい。

問題 XV − 2 − 2

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x$$

を微分しなさい。

問題 XV − 2 − 3

$$y = -x^2 + 1$$

をグラフにあらわしなさい。ただし、定義域を $(-2,\ 2)$ とする。

2.3　定積分

区間 $I = (a,\ b)$ で定義された関数 $f(x)$ が与えられたとする。この区間 I を

$$a = x_0 \leqq x_1 \leqq x_2 \leqq \cdots \leqq x_{n-1} \leqq x_n = b \tag{11}$$

となる n 個の小区間に分割し i 番目の区間を I_i とする。I_i における x_{i+1} と x_i の差を

$$\Delta_i = x_{i+1} - x_i \tag{12}$$

とあらわす。

小区間 I_i 内に任意の点 ξ_i をとり、

$$s_i = f(\xi_i)\Delta_i \tag{13}$$

をつくる。この s_i の総和

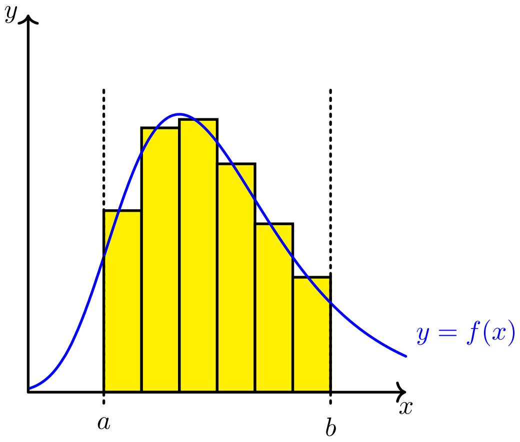
$$S = \sum_{i=1}^{n} s_i \tag{14}$$

において、$n \to \infty$ としたときの極限を区間 $(a,\ b)$ の『**定積分**』といい、

$$\int_a^b f(x)\ dx \tag{15}$$

であらわす。

図 4　定積分の意味



参考文献

1.『経済数学教室 1 巻』小山昭雄著「岩波書店」1994 年 5 月 30 日
2.『新体系 大学数学 入門の教科書 上下』吉沢光雄著「講談社」2022 年 6 月 16 日
3.『技術者のための高等数学 7 確率と統計（原書代 8 版）』E・クライツィグ著　田栗正章訳「培風館」2004 年 11 月 30 日第 8 版
4.『データ解析のための数理統計入門』久保川達也著「共立出版」2023 年 10 月 15 日初版
5.『統計学入門』東京大学教養学部統計学教室篇「東京大学出版会」1991 年 7 月 9 日初版
6.『行動科学における統計解析法」芝祐順・南風原朝和著　「東京大学出版会」1990 年 3 月 20 日　初版
7.『計量経済学の理論』A.S. ゴールドバーガー著, 福地崇生・森口親司訳「東洋経済新報社」

1970 年 9 月 10 日 第 1 刷
8.『計量経済学序説』R.J. ウォナコット・T.H. ウォナコット著, 国府田恒夫・田中一盛訳「培風館」 1975 年 6 月 10 日初版
9.『マーケティング・サイエンス』片平秀貴著 「東京大学出版会」1987 年 4 月 20 日初版
10.『回帰分析』佐和光男著 「朝倉書店」1979 年 4 月 20 日初版
11.『完全独習 統計学入門』小島寛之著「ダイヤモンド社」2006 年 9 月 28 日 初版
12.『分散分析の基礎』高橋敬子著「プレアデス出版」2009 年 10 月 1 日